1. Determinantnim kriterijumom dokazati da vektori $a_1=(1,2,2,2)$, $a_2=(-2,1,0,-1)$, $a_3=(0,2,-2,2)$ i $a_4=(3,-1,1,2)$ obrazuju bazu prostora R^4. Vektor $b=(-8,11,-7,2)$ predstaviti preko vektora a_1, a_2, a_3, a_4 primjenom Kroneker-Kapelijeve teoreme. Izvršiti provjeru. Koliko ima tih predstavljanja i zašto?

2. Riješiti sistem linearnih nejednačina $\begin{matrix} x+2y-6\le 0 \\ x\ge 0 \\ x-y\le 0 \end{matrix}$. Ako sistemu dodamo nejednačinu $y\le a$, diskutovati novi sistem u zavisnosti od parametra *a*.

3. Vektor $x=(a-1,2a,-a)$ izraziti preko vektora $x_1=(1,1,1)$, $x_2=(1,a+1,1)$ i $x_3=(1,1,a)$ kada je to moguće, i provjeriti. Uraditi diskusiju u svim mogućim slučajevima.

4. Odrediti vrijednost realnog parametra *a* tako da se vektor $x=(1,0,1)$ može predstaviti kao linearna kombinacija vektora $a_1=(1,2,a)$, $a_2=(2,3,1)$ i $a_3=(2,1,-1)$, a da pritom vektori a_1, a_2 i a_3 čine bazu vektorskog prostora. U tom slučaju, predstaviti vektor *x* preko datih vektora.

5. Za koju vrijednost parametra a vektor $x=(2,7,5)$ se može izraziti kao linearna kombinacija vektora $x_1=(1,2,-1)$, $x_2=(2,6,0)$ i $x_3=(3,7,a-4)$. Obrazložiti svaki od slučajeva, a u svakom slučaju kada je predstavljanje moguće, vektor x izraziti kao njihovu linearnu kombinaciju.

6. U zavisnoti od parametra a, diskutovati i naći rješenja sledećeg sistema linearnih jednačina:
$$\begin{aligned} x_1+4x_2+5x_3-2x_4&=6 \\ 2x_1+ax_2+2x_3+2x_4&=3 \\ 2x_1+\quad -6x_3+8x_4&=1 \end{aligned}$$

7. Za koje vrijednosti parametra *a* se vektor $x=(2,5,a)$ može izraziti kao linearna kombinacija vektora $x_1=(1,2,8), x_2=(1,5,2), x_3=(2,8,5)$. U svakom slučaju kada je to predstavljanje moguće, vektor *x* prikazati kao linearnu kombinaciju vektora x_1, x_2, x_3. Da li vektori x_1, x_2, x_3 predstavljaju bazu vektorskog prostora R^3?

8. Odrediti parametar *a* tako da matrica $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ a+1 & 5 & 11 & 2 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ ima najmanji rang. Koliki je njen rang za ostale vrijednosti parametra *a*?

9. Pokazati da se vektor $x=(-1,1,1)$ može predstaviti preko vektora $x_1=(1,0,-2)$, $x_2=(-2,-1,-2)$ i $x_3=(1,0,2)$. Na koliko načina je moguće predstavljanje? Izvršiti provjeru.

10. Riješiti sistem koristeći Kramerove formule
$$\begin{aligned} x-y+2z&=2 \\ x+y\quad\ &=0 \\ x\quad -z&=3 \end{aligned}$$
U slučaju saglasnosti, izvršiti provjeru.